

El calidoscopi de la natura. Geometria euclidiana i fractal.

INTRODUCCIÓ

La metròpoli és una construcció humana on cases, gratacels, ponts, carreteres i d'altres invencions urbanes s'edifiquen amb perfecció quasi mil·limètrica. És pura geometria euclidiana: línies rectes, quadrats, cercles i d'altres protagonitzen qualsevol element urbà. Com la nostra vida diària transcorre amb la ciutat com a escenari, quedem envoltats de creacions artificials.

No obstant, allò que ens envolta, l'essència de la vida, es troba a la natura, que existeix independentment de l'acció humana, si bé la nostra espècie ha comès greus atemptats contra la seva integritat. La gran preocupació de l'ésser humà és conèixer el seu entorn, per saber a què s'ha d'enfrontar i quina és la seva essència, com a creació natural que és. Així, convé preguntar-nos pel disseny de la naturalesa. Es correspon amb la senzilla geometria de les construccions humanes? Segons s'observa a primera vista, la perfecció geomètrica assolida per la nostra espècie no es manifesta amb tanta claredat a la natura, que mostra una estructura més complexa. Certament, la natura és alguna cosa més que simples quadrats i circumferències.

Aquest treball aspira a conèixer què s'amaga rere les formes de la naturalesa. Realitzarem l'estudi sota dues perspectives distintes, de manera que puguem concebre millor els elements analitzats. Començarem amb dos conceptes propis de la geometria euclidiana –la proporció àuria i la successió de Fibonacci-, que associarem especialment al món vegetal, i clourem el treball amb geometria fractal, que ens donarà pistes sobre el patró de construcció que segueix la natura.

Entremig, es proposaran dues parts pràctiques, una per a cada bloc. En el primer cas, s'intentaran establir relacions àuries entre diversos elements corporals, a partir de diverses fotografies d'autoria pròpia que seran processades per un programa d'edició digital especialitzat en la proporció divina i el nombre d'or. En el segon cas, es buscarà un model fractal que simuli l'estructura d'un arbust, de manera que es reforci la percepció que els fractals serveixen per descriure la forma característica amb què es disposa la natura.

MOTIVACIÓ

Durant la nostra carrera acadèmica, l'ensenyament en matèria de geometria s'ha centrat en aspectes propis de la geometria clàssica: rectes al pla, rectes a l'espai, comparació de plans, còniques... Aquest coneixement no deixa de tenir una vessant molt teòrica i, en certa manera, irreal. Si bé és cert que moltes construccions humanes neixen d'aquesta senzillesa, els aprenentatges adquirits no serveixen per a conèixer la geometria de la natura. Ni tan sols conceptes com el de proporció àuria i la successió de Fibonacci, íntimament lligats a l'anomenat nombre d'or, són treballats a la matèria de matemàtiques. Esdevé necessari, doncs, buscar el coneixement de la natura en un altre marc educatiu, el d'un treball d'investigació. Aquest projecte es presenta com la millor excusa per desenvolupar la recerca sobre allò que ens encurioseix particularment. Així doncs, la nostra principal motivació és acostar-nos a la concepció del nostre entorn i la constància que mai podrem descobrir-ho sense depassar les fronteres de les lliçons impartides a les aules.

D'altra banda, el treball ha de permetre l'adquisició de nou coneixement sobre les dues geometries tractades, l'euclidiana, sobre la qual ja tenim certes idees, i la fractal, que significarà una autèntica troballa per a nosaltres, ja que encara no forma part dels currículums de Batxillerat.

OBJECTIUS

1. Conèixer i aprofundir en dues vies amb què les matemàtiques i, en concret, la geometria expliquen les formes de la naturalesa i posar-les en pràctica mitjançant exemples.
 - 1.1. En el marc de la primera perspectiva, la geometria euclidiana, ens proposem certificar relacions àuries entre diversos elements corporals com a fase experimental.
 - 1.2. Per establir els fractals com a model del procés de construcció de la natura –pel que es refereix a l'estructura-, generarem un arbust expressat com a sistema-L, un sistema de generació gràfica de fractals.

2. Ampliar el coneixement de la geometria euclidiana i aprofundir amb especial èmfasi en aquells conceptes més particulars: la proporció àuria, la successió de Fibonacci i el nombre d'or.
3. Realitzar el primer contacte cognoscitiu amb el món dels fractals i distingir les propietats que els caracteritzen, en especial aquella que els enllaça directament amb la descripció de la natura: l'autosemblança.

METODOLOGIA

Per a dur a terme el treball, vam seguir els passos següents:

1. Vam realitzar una intensa recerca bibliogràfica en fonts de diversos formats: vídeos, pàgines web, llibres, etc. Aquí cal destacar la pàgina web www.goldennumber.com i el llibre "Iteración Compleja y Fractales" (de Fagella N. i Jarque X.), que ens van proporcionar informació de bona qualitat.
2. Vam classificar, llegir i entendre la informació. Calia distingir clarament les dues visions (euclidiana i fractal). En el primer cas, vam indagar sobre la proporció àuria i la seva relació amb el nombre d'or, així com amb la successió de Fibonacci, mentre que, en el segon cas, vam centrar la recerca en l'autosemblança, un concepte fractal, i vam dur a terme un profund estudi dels sistemes-L, la noció dels quals serviria per a modelar la forma d'un arbust en la part pràctica del segon bloc del treball.
3. Passant a la part pràctica, vam dur a terme les experimentacions sobre la comprovació de la proporció àuria al cos humà. Vam comptar amb la participació de quatre voluntaris de l'equip de basquetbol de l'Institut Juan Manuel Zafra, d'entre 16 i 18 anys. Les fotografies van ser preses al gimnàs de institut. Per ser processades es va utilitzar el programa Phimatrix. Com a mostra de la feina feta, els annexos revelen les relacions àuries observades en el cas d'un dels coautors del treball, en Sergi Albert. Les instantànies de la resta de voluntaris s'han mantingut en l'anonimat per respectar la seva intenció de preservar la intimitat pròpia.
4. La darrera fase del treball va consistir a organitzar les dades obtingudes, analitzar-les, arribar a conclusions i comunicar-les per escrit en format de memòria escrita.

L'estructura del treball està encaminada a satisfer els objectius plantejats a l'apartat anterior. A continuació, expliquem com s'ha enfocat el cos de la memòria en relació amb allò que es proposen:

1. S'ha distingit el treball en dos blocs diferenciats: l'un dedicat a la geometria euclidiana, amb clar predomini de la proporció àuria i la successió de Fibonacci, enllaçades pel nombre d'or, i l'altre destinat a els matisos aportats pels fractals a l'hora de descriure la natura. En ambdós casos, la part considerada teòrica ha consistit a presentar diversos exemples, que permetin certificar la relació existent entre geometria abstracta i la natura, pura realitat empírica.

1.1. La investigació que ens ha de portar a determinar l'existència de relacions entre diversos constituents del cos humà es presenta en l'estructura habitual d'una recerca: compta amb una hipòtesi, uns objectius, una metodologia seguida, uns resultats i una conclusió final, que es relaciona amb la hipòtesi i els objectius enunciats a l'inici.

1.2. La simulació d'una estructura fractal a l'hora de generar un arbust es presenta de la forma més empírica possible: partint de l'observació. Es mostra la imatge d'un arbre desfullat, pel senzill motiu que és més senzill comprendre'n l'estructura, ja que un arbust sempre es troba recobert, i es fan un seguit de valoracions que caldrà tenir en compte a l'hora de plantejar el sistema-L pertinent. El sistema-L pren forma a mesura que creixen les observacions, fins que, finalment, s'assoleix l'objectiu plantejat.

2. Donada la limitada extensió de pàgines establerta per les bases del certamen, destinem un bloc sencer dels annexos a explicar els fonaments teòrics d'allò que s'exposa al cos del treball en relació amb la proporció àuria, la successió de Fibonacci i el nombre d'or.

3. Per explicar l'experiència viscuda en contactar per primera vegada amb les bases geomètriques dels fractals, es planteja un enfocament singular que, al nostre entendre, ens permet concebre-les amb més facilitat. Comencem plantejant uns objectes de propietats sorprenents, que no tenen sentit sota una perspectiva estrictament tradicional i guanyen significat amb la introducció d'uns conceptes que configuren l'anomenada geometria fractal.

El treball ens ha permès contemplar el món amb ulls matemàtics, tal com ens proposàvem a l'inici. A més, l'enfocament sota dues perspectives distintes ens ha permès enriquir la visió panoràmica que haguéssim obtingut amb l'estudi de la natura a partir d'una sola geometria.

Els tres objectius plantejats es veuen acomplerts a l'acabament del treball. En primer lloc, hem constatat com una anàlisi de diverses formes naturals revela la presència de determinats conceptes de la geometria euclidiana al seu interior. En aquest sentit, la proporció àuria i la successió de Fibonacci abunden a les formes estudiades. La primera sembla ser la relació establerta entre les dimensions d'infinitud d'elements naturals, mentre que la segona explica la disposició que caracteritza un gran nombre de flors i plantes. D'altra banda, l'experimentació prova que l'ésser humà també segueix la proporció divina.

En segon lloc, hem descobert la simplicitat amb què el concepte d'autosemblança, pertanyent als fractals, explica l'estructura de la natura: l'objecte és contingut al seu interior en còpies més menudes, tan senzill com això. L'observació d'aquest fenomen ha possibilitat la representació gràfica d'un arbust que segueixi aquesta peculiar forma de construcció.

El tercer lloc, el treball ha servit de pretext per avançar en el coneixement de la geometria euclidiana i per introduir-se en el món dels fractals. El tresor més preuat que ens enduem, però, és el plaer d'haver topat amb una il·lustradora visió de la bellesa de la natura. Un autèntic calidoscopi.

BIBLIOGRAFIA

JIMENEZ, C. (2010) Una Proporción Que Sienta Divina. *Redes para la ciencia*, 28-33.

EXTREMIANA, J.I.; HERNÁNDEZ, L.J. I RIVAS, M.T. (2005) La divina razón de la belleza. *SIGMA 27*, Revista De Educación del gobierno Vasco. pp 145-177.

CHOATE, J., Devaney, R. L. i FOSTER, A. *Fractals (A tool kit of dynamic activities)*. Key Curriculum Press 1999. ISBN 1-55953-355-2.

FAGELLA, N. i JARQUE, X. *Iteración Compleja y Fractales (Capítulo 5)*. Coed. Vicens Vives – ICE (UAB). (Col. Enseñar y saber en el Siglo XXI). [En premsa]

LUQUE, B. i AGEA, A. *Fractales en la red*. [en línia]. Universitat d'Oviedo. En <<http://matap.dmae.upm.es/cursosfractales>>.